



MINISTÈRE
DE L'AGRICULTURE
DE LA SOUVERAINETÉ
ALIMENTAIRE ET DE LA FORÊT

*Liberté
Égalité
Fraternité*

CONCOURS D'ACCÈS AU CORPS DES PROFESSEURS DE LYCÉE PROFESSIONNEL AGRICOLE

Concours : **EXTERNE**

Section : **MATHÉMATIQUES - PHYSIQUE CHIMIE**

SESSION 2025

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N°1 : ÉPREUVE DISCIPLINAIRE

Coefficient : 2 – Durée : 5 heures

Matériel(s) et documents(s) autorisé(s) : Calculatrice

Ce sujet comporte **26 pages** y compris celle-ci.
Vérifiez que l'exemplaire qui vous a été remis est complet.
Si ce n'est pas le cas, signalez-le aussitôt.

STRUCTURE DE L'ÉPREUVE ÉCRITE DISCIPLINAIRE

Cette épreuve est constituée d'une première partie MATHÉMATIQUES et d'une deuxième partie PHYSIQUE – CHIMIE.

La première partie est constituée d'un exercice et d'un problème aux parties indépendantes autour d'un contexte.

La deuxième partie est constituée de parties indépendantes s'appuyant sur un contexte et un dossier.

Le traitement de chacune des parties MATHÉMATIQUES et PHYSIQUE – CHIMIE est indépendant.

Le candidat doit rendre deux copies séparées, l'une pour la première partie MATHÉMATIQUES et l'autre pour la deuxième partie PHYSIQUE - CHIMIE.

N.B : si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

**Début du sujet en page 3
Tourner SVP →**

PARTIE 1 – MATHÉMATIQUES

Exercice :

Préciser si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse, puis justifier la réponse.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

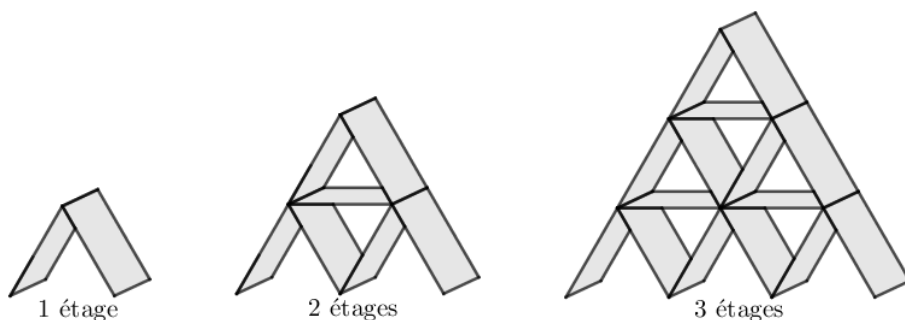
1. Dans une entreprise de travaux paysagers, le coût de main d'œuvre est proportionnel au nombre d'heures travaillées par les salariés. Pour 5 salariés travaillant chacun 7 heures, le coût de main d'œuvre est de 1190 €.

Affirmation : Le coût de main d'œuvre de 6 salariés travaillant chacun 8 heures est de 2 040 €.

2. L'indice du CAC 40, à la fermeture, a vu sa valeur passer de 7485,73 au 20 août 2024 à 7577,04 au 23 août 2024.

Affirmation : Le taux d'évolution journalier moyen de cet indice, arrondi au centième, est 0,40 %

3. On considère la construction d'un château de cartes comme indiqué sur la figure ci-dessous :



Un château de cartes de 1 étage est composé de 2 cartes.

Un château de cartes de 2 étages est composé de 7 cartes.

Un château de cartes de 3 étages est composé de 15 cartes.

Affirmation : il faut 3775 cartes pour construire un château de 50 étages.

4. On considère la fonction f définie sur $] -1 ; 1[$ par $f(x) = \frac{x}{1-|x|}$ et on considère deux nombres a et b appartenant à l'intervalle $] -1 ; 1[$ tels que $f(a) = f(b)$.

Affirmation : a et b sont nécessairement égaux.

5. Soit f une fonction non nulle définie et continue sur $\mathbf{R}$.

Soit g la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par :

$$g(x) = \int_x^{2x} f(t)dt$$

Affirmation : la fonction g est dérivable sur $\mathbf{R}$ et pour tout réel x : $g'(x) = f(2x) - f(x)$.

6. On considère une variable aléatoire discrète X qui ne prend que deux valeurs strictement positives.

Affirmation : Il n'est pas possible d'avoir une espérance $E(X)$ et une variance $V(X)$ toutes deux égales à 1.

7. Lors d'un examen, la probabilité qu'un candidat pris au hasard soit recalé est égale à $\frac{1}{6}$. On choisit successivement n candidats ($n \in \mathbf{N}^*$), ce choix pouvant être assimilé à un tirage avec remise.

Affirmation : n doit être supérieur ou égal à 38 pour que la probabilité qu'au moins un des candidats parmi les n choisis soit recalé à l'examen dépasse 0,999.

8. On considère l'équation $z^2 - 2z + (1 + i) = 0$ d'inconnue le nombre complexe z où i représente le nombre complexe tel que $i^2 = -1$.

Affirmation : Cette équation admet deux solutions complexes conjuguées.

9. Une carte d'un glacier dispose de 8 parfums distincts pour composer un dessert constitué de trois boules de glace, un même parfum pouvant être choisi plusieurs fois.

Affirmation : Il existe 336 possibilités différentes pour constituer un dessert composé de trois boules de glaces.

Problème :

PARTIE A : Mesures de la Lune

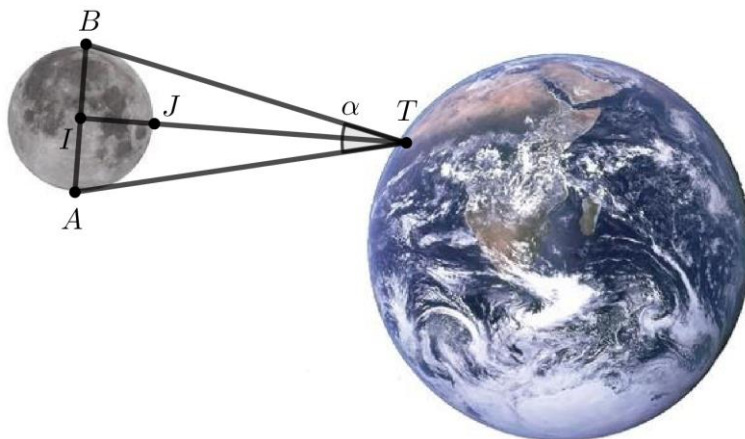
La Lune a de tout temps fasciné les Hommes qui ont essayé de la mesurer.

Aristarque de Samos est un astronome et mathématicien actif de la première partie du III^e siècle avant J.-C. Il est connu pour avoir été le premier à calculer la distance Terre-Lune. Il conjecture que la Lune tourne autour de la Terre en 27,32 jours environ et que la Lune se déplace, pour un observateur sur Terre, de son diamètre apparent en une heure par rapport aux autres astres.

Il admet que la trajectoire de la Lune autour de la Terre est circulaire et que sa vitesse de déplacement est constante.

1. Justifier, en s'appuyant sur la conjecture d'Aristarque de Samos, que la Lune se déplace pour un observateur sur Terre d'environ $0,549^\circ$ chaque heure.

On considère un point T sur la Terre, I le centre de la Lune, A et B deux points de la surface de la Lune diamétralement opposés, de telle sorte que le triangle ABT est isocèle en T . On pose $\alpha = \widehat{ATB}$ et on admet que $\alpha = 0,549^\circ$ dans la configuration suivante :

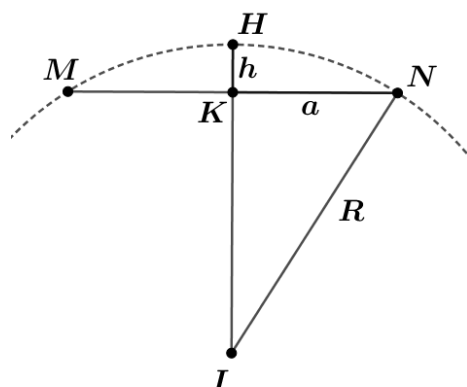


Pour mesurer la distance Terre-Lune, on mesure le temps de parcours de la lumière entre des stations sur Terre émettant un rayonnement laser et des rétro réflecteurs placés en J sur la Lune. La distance TJ a été mesurée à 360 924 km

2. Justifier que le diamètre de la Lune, arrondi à l'unité, est 3475 kilomètres.

On trace une corde $[MN]$ du limbe (pourtour de la Lune), de longueur $2a$ et de milieu K , puis sa médiatrice qui coupe le limbe en H avec $KH = h$.

I est le centre de la Lune et R son rayon.



3. Démontrer que $R = \frac{a^2 + h^2}{2h}$.

De nos jours, on cherche à mesurer des objets sur la Lune. On dispose de la photographie d'un cratère lunaire dont on souhaite déterminer le diamètre d représenté sur la photo ci-contre. $2a$ mesure 717 pixels, h mesure 42 pixels et le diamètre d du cratère mesure 78 pixels. La précision des mesures est de 1 pixel.

4. Justifier que si D est le diamètre de la Lune en pixel, on a $\frac{129845}{43} \leq D \leq \frac{130730}{41}$.
5. Sachant que le diamètre D de la Lune mesure 3475 km, en déduire un encadrement du diamètre du cratère en kilomètre.



PARTIE B : Les cratères lunaires

Les cratères lunaires sont très majoritairement formés par des impacts de météorites. Le *Lunar Crater Radio Telescope* est un projet du NASA Institute for Advanced Concepts, dont le but est de créer un radiotélescope de très grande longueur d'onde à l'intérieur d'un cratère lunaire sur la face cachée de la Lune. Son antenne parabolique mesurerait plus d'un kilomètre de diamètre afin d'être sensible à des longueurs d'onde supérieures à 10 mètres, correspondant à celles émises quelques centaines de millions d'années après le Big Bang.

Le projet *Lunar Crater Radio Telescope* nécessite de savoir cartographier un cratère.

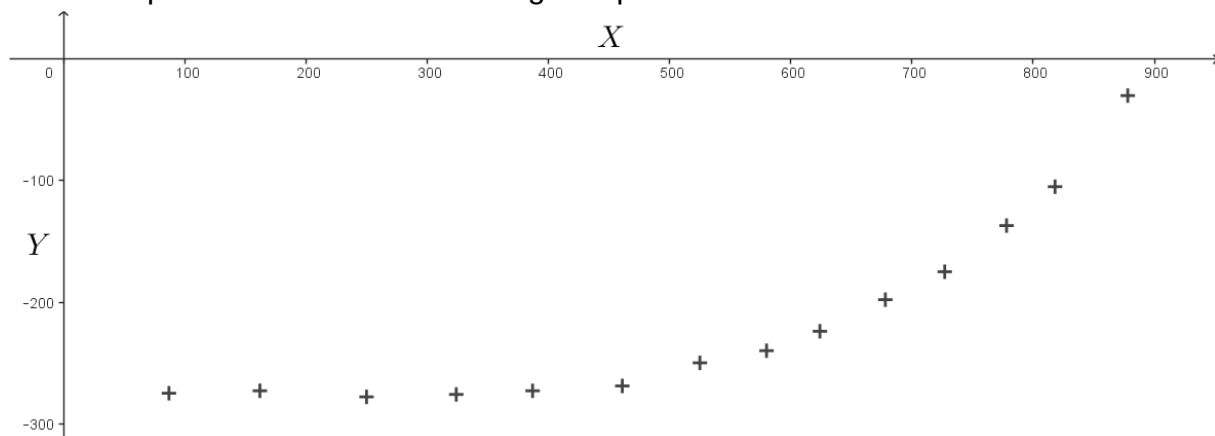
On admet que la surface du cratère peut être modélisée par une surface de révolution d'une courbe (que l'on cherche à déterminer) autour d'un axe vertical.

On a obtenu les résultats de 14 points de mesure sur un cratère de rayon 900 mètres. On définit l'altitude 0 mètre comme celle du niveau du bord haut du cratère. Pour chaque point, on a la distance X , en mètres, à l'axe du cratère et l'altitude Y , en mètres, par rapport à l'altitude 0.

Les données sont les suivantes :

X	87	162	250	324	387	461	525	580	624	678	727	778	818	878
Y	-275	-273	-278	-276	-273	-269	-250	-240	-224	-198	-175	-137	-105	-30

Elles sont reportées sous forme du nuage de points suivant :



6. Pour une distance à l'axe du cratère, comprise entre 0 mètre et environ 400 mètres, on peut considérer que le fond du cratère est plat.
Déterminer une estimation de l'altitude du fond du cratère.

Pour une distance à l'axe du cratère comprise entre environ 400 mètres et 900 mètres, on souhaite modéliser l'altitude en mètres d'un point situé sur le bord du cratère en fonction de sa distance en mètres à l'axe du cratère.

7. On rappelle que sur cet intervalle, on a les mesures suivantes :

X	461	525	580	624	678	727	778	818	878
Y	-269	-250	-240	-224	-198	-175	-137	-105	-30

On pose $Z = \ln(Y + 300)$.

Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite de régression de Z en X , par la méthode des moindres carrés, sous la forme $z = ax + b$, en arrondissant a et b à 5 décimales.

Pour la suite, on prendra $a = 0,005$ et $b = 1,2$.

8. Justifier qu'on peut en déduire une équation de courbe de régression de Y en X sous la forme $y = e^{0,005x + 1,2} - 300$.

On considère que le modèle reste valable pour une distance à l'axe du cratère entre 0 mètre et 900 mètres.

9. Démontrer que pour une altitude y comprise entre -275 mètres et 0 mètre, les points du cratère à l'altitude y sont situés à une distance de l'axe du cratère égale à :

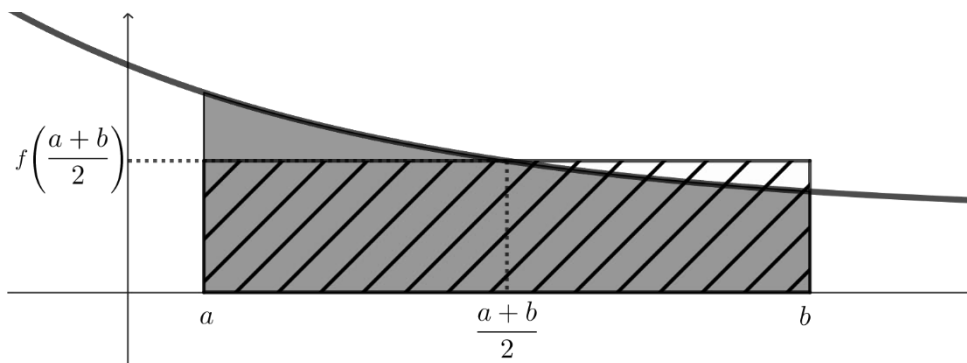
$$r(y) = 200 \ln(y + 300) - 240.$$

On admet que la surface latérale du cratère peut être estimée par la formule :

$$\int_{-275}^0 2\pi r(y) \sqrt{1 + (r'(y))^2} dy$$

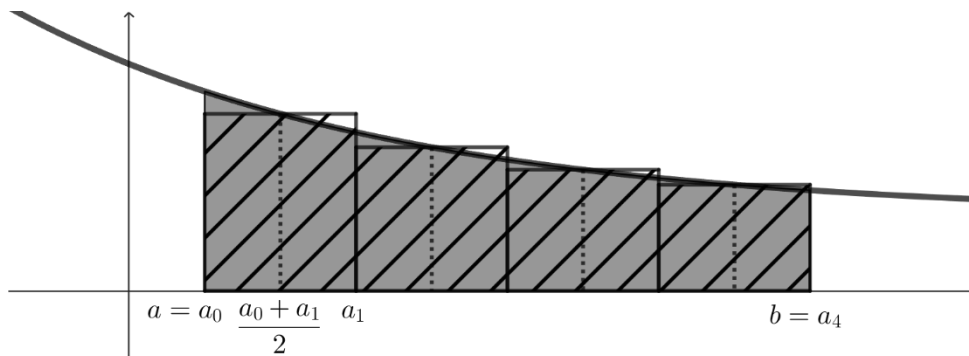
et que la valeur exacte de cette intégrale ne peut pas être calculée.

La méthode du point milieu permet d'obtenir une approximation de la valeur d'une intégrale. Pour une fonction positive, on approche l'aire sous la courbe d'une fonction f sur un intervalle $[a; b]$ par l'aire du rectangle de côtés mesurant $b - a$ et $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$, comme illustré ci-dessous :



10. En utilisant la méthode du point milieu, donner une valeur approchée de l'aire de la surface latérale du cratère.

Afin d'obtenir une approximation plus précise de l'intégrale d'une fonction f positive sur un intervalle $[a; b]$, on subdivise cet intervalle en n intervalles $[a_i; a_{i+1}]$ d'amplitude $\frac{b-a}{n}$. On approche l'intégrale de la fonction sur chacun de ces intervalles $[a_i; a_{i+1}]$, avec $a_0 = a$ et $a_n = b$ avec la méthode du point milieu comme illustré ci-dessous pour $n = 4$, puis on en fait la somme :



11. On considère les commandes suivantes écrites en langage Python permettant d'obtenir une approximation de l'aire de la surface latérale du cratère en utilisant successivement la méthode du point milieu aux n subdivisions de l'intervalle $[a; b]$:

```
from math import *

def g(x):
    return (200*log(x+300)-240)*sqrt(1+(200/(x+300))**2)

def approximation(a,b,n):
    s=0
    pas=(b-a)/n
    a=a+pas/2
    for i in range(n):
        s=.....
        a=.....
    return s
```

Compléter les pointillés pour obtenir une fonction permettant d'obtenir une approximation de l'intégrale avec la subdivision de l'intervalle en n intervalles de même amplitude.

PARTIE C : Le thorium lunaire

« Les régions de la face visible de la Lune présentent des concentrations d'éléments radioactifs comme l'uranium (U) et le thorium (Th) supérieures à toute autre partie de la Lune. Comprendre l'origine de ces zones riches en U et Th peut nous aider à élucider les premières étapes de la formation de la Lune et, par là même, les conditions sur Terre lorsque celle-ci était encore jeune. » explique M Laneuville co-auteur de l'étude parue dans la revue Nature Geoscience.

Les éléments radioactifs comme le thorium sont instables et ont tendance à se désintégrer. Lors d'un prélèvement de sol lunaire à un instant t_0 considéré comme l'instant initial, un échantillon contenant une masse m_0 de thorium est récupéré.

La demi-vie $T_{1/2}$ est le temps au bout duquel la moitié d'une masse quelconque de noyaux initialement présents a été désintégrée. Pour le thorium, elle est de 7 340 ans.

- 12.** Exprimer, en fonction de m_0 , la masse restante de thorium dans l'échantillon au bout d'une demi-vie, au bout de deux demi-vies puis au bout de trois demi-vies.

Modèle discret

On propose d'étudier l'évolution de la masse de thorium restante dans l'échantillon à l'aide d'une suite notée (v_n) , où v_n désigne la masse de thorium restante (non désintégrée) au bout de n demi-vies.

- 13.** Justifier que $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ pour tout entier n , puis en déduire la nature précise de la suite (v_n) .
- 14.** Exprimer v_n en fonction de n et m_0 .

L'analyse de l'échantillon montre que la masse m_0 de thorium prélevée est de 1,0 g.

- 15.** Calculer la masse de thorium en μg , arrondie à l'unité, que contiendra l'échantillon dans 58 720 ans.
- 16.** Calculer une valeur approchée du nombre d'années nécessaires pour que l'échantillon prélevé contienne moins de 1,0 μg de thorium.

Modèle continu

On propose maintenant d'étudier l'évolution de la masse de thorium restante à l'aide d'un modèle mathématique continu. La désintégration des atomes de thorium est proportionnelle à la masse de thorium restante, de telle sorte que la masse de thorium $m(t)$, t années après le prélèvement, est solution d'une équation différentielle de la forme $y' = k y$, où k est une constante réelle.

- 17.** Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle $y' = k y$.
- 18.** Démontrer que pour une masse initiale m_0 de thorium, on a $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$, avec $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$. La constante λ est appelée constante radioactive.

L'analyse de l'échantillon montre que la masse m_0 de thorium prélevée est de 1,0 g.

- 19.** En déduire le nombre d'années nécessaires pour que l'échantillon contienne moins de 1 μg de thorium
- 20.** Justifier que les modèles discrets et continus coïncident aux instants multiples des demi-vies.
- 21.** Étudier les variations de la fonction m sur $[0 ; +\infty[$ et sa limite en $+\infty$.

PARTIE 2 – PHYSIQUE – CHIMIE

Thème d'étude : Le programme Artémis

Le thème d'étude est divisé en 5 parties A, B, C, D et E, structuré autour d'un « travail à réaliser par le candidat », d'un « dossier documentaire » et de **documents-réponses situés en fin de sujet et à joindre avec la copie.**

- Travail à réaliser par le candidat (**questions 1 à 41 – pages 12 à 19**)

Le sujet s'appuie sur un ensemble de questionnement structuré en différentes parties et sous-parties indépendantes les unes des autres.

Des références au « dossier documentaire » peuvent être précisées ou non dans le questionnement.

Le cas échéant, le candidat indique dans ses réponses les références des documents sur lesquels il s'appuie.

- Dossier documentaire (**documents 1 à 7 – pages 20 à 23**)

Le dossier documentaire est constitué d'un ensemble de documents scientifiques et techniques liées au thème du sujet.

- Documents-réponses **1 à 3 (pages 25 à 26) à joindre avec la copie de la partie physique-chimie, même s'ils ne sont pas complétés.**

TRAVAIL À RÉALISER PAR LE CANDIDAT

L'agence spatiale américaine, la NASA, développe depuis les années 2010 un programme dont l'objectif final est d'installer un avant-poste semi-permanent à la surface de la Lune. Cet avant-poste sera occupé par des astronautes chargés de mettre au point de nouvelles technologies permettant de lancer une mission vers Mars. L'ensemble du projet est baptisé Programme Artemis.

Avant de faire atterrir des hommes dans la région du pôle sud lunaire, la NASA veut lancer plusieurs missions robotiques ayant pour objectif d'effectuer une première reconnaissance. Ces missions doivent notamment étudier les caractéristiques de la glace d'eau présente, qui justifie le choix de la région du pôle sud lunaire. Les autres objectifs sont l'étude de la composition des sols et de l'environnement lunaires pour préparer les premières missions avec équipage.



**Photo du lanceur spatial Falcon 9
de la société SpaceX.
(Source : www.space.com)**



**Photo de Nova-C avant son départ
pour la Floride en octobre 2023
(source : www.intuitivemachines.com)**

Le 15 février 2024, la fusée Falcon 9 décolle du Centre Spatial Kennedy. Elle a embarqué un petit atterrisseur lunaire Nova-C mis au point par une société aérospatiale américaine. Il doit permettre d'amener des équipements à la surface de la Lune dans le cadre du Programme Artemis.

Pour la première fois depuis 1972, un appareil américain se pose sur la Lune et transmet des données.

Ce sujet commence par aborder quelques propriétés thermodynamiques des carburants de la fusée Falcon 9 (partie A) avant d'étudier l'orbite gravitationnelle de Nova-C (partie B) et le recyclage du titane, métal utilisé dans le matériel spatial (partie C). La partie D porte sur un exemple d'utilisation du titane en chimie organique et la dernière partie du sujet (partie E) s'intéresse à un projet d'amélioration de l'autonomie énergétique d'un module lunaire.

Partie A : Refroidissement du dioxygène

Le Falcon 9 est un lanceur spatial développé par la société américaine SpaceX. Il comprend deux étages propulsés par des moteurs brûlant un carburant constitué d'un mélange de dioxygène et de *Rocket Propellant* (RP-1), une forme de kérosène spécialement raffiné.

Le décollage du lanceur nécessite une grande quantité de carburant, ce qui impose de le conserver à l'état liquide et à basse température afin de minimiser le volume du réservoir du lanceur.

On s'intéresse ici à l'une des dernières étapes du refroidissement du dioxygène, amenant sa température finale à 70 K.

Une technique courante de refroidissement consiste à diminuer sa température en le faisant circuler dans un bain de diazote liquide à 70 K, à l'aide d'un dispositif présenté dans le **document 1**.

Données :

- masse de dioxygène stockée dans le réservoir au moment du décollage : $m = 250 \text{ t}$
- capacité thermique massique du dioxygène liquide supposée constante sur l'intervalle de température ($70 \text{ K} \leq T \leq 85 \text{ K}$) : $c = 1,66 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- température, considérée comme constante, du bain de diazote liquide : $T_{Az} = 70 \text{ K}$
- température initiale du dioxygène liquide : $T_o = 85 \text{ K}$
- pression du dioxygène liquide : considérée comme constante lors du refroidissement du dioxygène.

1. Définir les termes suivants : « combustible », « comburant », « combustion ».
2. Expliquer, brièvement, pourquoi le dioxygène liquide occupe un volume beaucoup plus faible que la même quantité de dioxygène gazeux.
3. Exprimer, puis calculer, l'énergie thermique (ou quantité de chaleur) reçue par le dioxygène liquide lors de son refroidissement de 85 K à 70 K. Commenter le signe.

Au cours du temps, la définition des échelles de température a évolué. En 1742, le physicien Anders Celsius définit une échelle de température, dite échelle centigrade (graduée de 0°C à 100°C), à deux points fixes.

4. Indiquer comment et pourquoi ces deux points fixes ont été choisis puis rappeler la signification de « centigrade ».

On s'intéresse ici à la durée approximative, notée Δt , nécessaire au refroidissement du dioxygène liquide d'environ 15 K.

Pour ceci, on adopte les hypothèses suivantes :

- on suppose que le diazote liquide conserve une température constante $T_{Az} = 70 \text{ K}$
- on considère que le flux thermique (ou puissance thermique) $\Phi(t)$ du dioxygène à la température $T(t)$ vers le diazote liquide à température T_{Az} peut s'exprimer, à l'instant t , par la relation :

$$\Phi(t) = h \cdot S \cdot (T_{Az} - T(t))$$

avec S , la surface de contact entre le diazote liquide et le carburant,

et h , une constante caractéristique de l'échange thermique

- on admet qu'à l'instant initial la température du dioxygène est $T(t = 0) = T_o$ avec $T_o = 85 \text{ K}$
- on suppose que la température finale du dioxygène liquide après refroidissement est T_f avec $T_f = 70 \text{ K}$

5. Sur un schéma simplifié représentant la surface de contact dioxygène - diazote liquide, indiquer le sens des échanges thermiques entre le dioxygène et le diazote liquides. En déduire le signe du flux thermique pour le système carburant.
6. Énoncer le premier principe de la thermodynamique d'un système fermé macroscopiquement au repos.
7. Rappeler la relation entre le flux thermique $\Phi(t)$, l'énergie thermique (Q) et la durée du transfert Δt . Préciser les unités.
8. En déduire que l'équation différentielle vérifiée par la température du dioxygène s'écrit $m \cdot c \frac{dT}{dt} = h \cdot S \cdot (T_{Az} - T(t))$.
9. Vérifier que l'expression de la température du dioxygène au cours du temps peut s'écrire $T(t) = T_{Az} + A \cdot e^{(-t/\tau)}$ et exprimer A et τ en fonction de m , c , h , S , T_{Az} et T_o .
10. Préciser la signification physique de la constante τ .

La vitesse des échanges thermiques entre le dioxygène et le diazote liquide dépend de la surface S des tuyaux de circulation du dioxygène liquide dans le diazote. Les trois courbes présentées dans le **document 2** sont obtenues par simulation en utilisant l'expression de la température $T(t)$ obtenue à la question 9 et en choisissant trois valeurs particulières S_A , S_B , S_C de la surface de contact S : $S_A = 13,5 \text{ m}^2$; $S_B = 14,5 \text{ m}^2$; $S_C = 15,5 \text{ m}^2$.

11. En justifiant la réponse, attribuer une valeur de la surface de contact S à chacune de ces courbes (Série1 ; Série2 ; Série3).
12. La durée du refroidissement du dioxygène liquide de 15 K , Δt , est estimée à une vingtaine d'heures. Indiquer, en justifiant la réponse, la courbe simulée qui semble la mieux rendre compte de la situation réelle étudiée. Donner la valeur de la surface de contact S correspondante.

Partie B : Le mouvement de Nova-C autour de la Lune

Après six jours de vol, la sonde spatiale se place en orbite circulaire autour de la Lune à une altitude h de $98,0 \text{ km}$.

Le **document 3** présente la trajectoire de Nova-C autour de la Lune.

Données :

- constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI}$
- masse de la Lune : $M_L = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$
- masse de l'engin spatial Nova-C : $M_{NC} = 1908 \text{ kg}$
- rayon de la Lune, considérée sphérique : $R_L = 1737 \text{ km}$

- altitude de Nova-C : $h = 98,0 \text{ km}$
- expression de la valeur de la force d'interaction gravitationnelle F entre deux corps A et B ponctuels de masses respectives m_A et m_B , distants de $d = AB$:

$$F = G \frac{m_A m_B}{d^2}$$

- trajectoire de Nova-C, noté NC sur la figure du **document 3**, considérée circulaire autour de la Lune, dont le centre est noté L
- $\vec{u}$ représente le vecteur unitaire orienté de L vers NC

L'étude est conduite dans le référentiel lunocentrique, c'est-à-dire centré sur la Lune et dont les axes pointent vers des étoiles fixes. Il est considéré comme galiléen.

- Déterminer l'unité de la constante de gravitation universelle G à l'aide d'une analyse dimensionnelle.
- Justifier à l'aide de la deuxième loi de Newton que le mouvement de l'engin spatial est uniforme. Donner l'expression littérale de sa vitesse v en fonction de G , M_L , h , R_L .
- Définir puis exprimer la période de révolution T de l'engin spatial en fonction de sa vitesse v , de son altitude h et du rayon de la Lune R_L .
- Retrouver l'expression littérale de la troisième loi de Képler : $\frac{T^2}{r^3} = K$, où K est une constante, en précisant ce que représente la grandeur r et en exprimant K en fonction de G , M_L , R_L et h .
- Calculer la valeur de T , la période de révolution de l'engin spatial. Commenter.

Les nombreuses missions spatiales autour de la Lune ont permis de collecter des valeurs de T et de r , pour différents engins spatiaux, présentées dans le **document 4**.

On souhaite contrôler que cette série de mesures vérifie la troisième loi de Kepler.

- Présenter et nommer la méthode numérique utilisée dans le script python donné dans le **document 5**. Détailler votre réponse.
- Finaliser le script sur votre copie en complétant les lignes 20 et 21.

Partie C : Recyclage des métaux

Les lanceurs, fusées et autres engins spatiaux utilisent, pour leur fabrication, des quantités importantes de métaux. Les ingénieurs évoquent la nécessité de recycler certains éléments métalliques présents sur les lanceurs, comme par exemple le titane, pour faire face aux coûts toujours croissants de ces derniers et dans un objectif environnemental.

Dans cette partie, on étudie dans un premier temps quelques propriétés chimiques du titane puis on s'intéresse à l'une des étapes d'un procédé permettant de recycler le titane par une méthode de dissolution du métal en milieu acide.

Données :

- température T du milieu : $T = 350 \text{ K}$

- les gaz seront considérés comme des gaz parfaits
- représentation symbolique d'un atome de titane : ${}^{48}_{22}\text{Ti}$
- masse de titane (considéré comme pur) de la pièce : $m = 0,150 \text{ kg}$
- masse molaire atomique du titane : $M(\text{Ti}) = 47,8 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- numéro atomique des éléments hydrogène H, oxygène O et soufre S :

$$Z(\text{H}) = 1$$

$$Z(\text{O}) = 8$$

$$Z(\text{S}) = 32$$
- l'acide sulfurique en solution aqueuse est noté ($2 \text{ H}_3\text{O}^+(\text{aq}) + \text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$)
- constante du gaz parfait : $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
- masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$

20. Déterminer la composition de l'atome de titane.

21. Écrire la structure électronique de l'atome de titane puis en déduire deux ions stables de l'élément titane.

22. Préciser la position de l'élément titane dans la classification périodique : ligne et colonne. Justifier votre réponse.

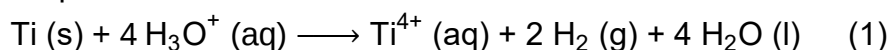
23. Rappeler le nom du chimiste qui a proposé la première ébauche de classification périodique des éléments. Le situer dans le temps.

On s'intéresse au traitement d'une pièce en titane éjectée lors de la procédure du lancement de la fusée. La procédure de recyclage du titane nécessite un traitement thermique afin de supprimer la couche protectrice d'oxyde de titane TiO_2 insensible à la corrosion en milieu acide.

24. Déterminer le nombre d'oxydation du titane dans l'espèce TiO_2 en détaillant la méthode utilisée puis commenter le résultat obtenu au regard de la question 21.

La deuxième partie du procédé consiste à traiter le titane métallique par un excès d'une solution d'acide sulfurique à chaud. La solution obtenue est ensuite retraitée pour récupérer le titane purifié.

L'action de l'acide sulfurique sur le titane est considérée comme totale et peut être modélisée par l'équation suivante :



25. Écrire les demi-équations électroniques des couples oxydant/réducteur mis en jeu, puis retrouver, en détaillant le raisonnement suivi, l'équation modélisant la réaction entre le titane et les ions oxonium de la solution d'acide sulfurique.

26. Préciser l'espèce oxydante et l'espèce réductrice.

27. Proposer une formule de Lewis pour l'ion oxonium et une géométrie possible en vous appuyant sur la théorie de Gillespie.

28. Déterminer le volume de dihydrogène libéré V_{H_2} , à la pression P de 1,00 bar et une température T de 350 K, lors de la réaction permettant la dissolution complète de la pièce. Détailler et justifier la démarche mise en œuvre.
29. En exploitant le **document 6**, montrer que la concentration en quantité de matière d'ions oxonium $[H_3O^+]$ dans la solution d'acide sulfurique à 95 % est de l'ordre de $36 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

La solution d'acide sulfurique précédente étant trop concentrée, l'opérateur souhaite préparer une solution S_2 diluée 100 fois.

30. Proposer un protocole expérimental pour préparer un volume $V_1 = 1,00 \text{ L}$ de la solution diluée ; le matériel et les règles de sécurité seront précisés.
31. Donner la définition du pH d'une solution aqueuse diluée et indiquer la limite supérieure en concentration du domaine de validité de cette relation.
32. Expliquer en dix lignes maximum, éventuellement à l'aide de schémas, le principe du fonctionnement du pH-mètre.
33. Déterminer le volume minimal V_2 de la solution S_2 d'acide sulfurique nécessaire pour dissoudre entièrement la pièce. Commenter.

Partie D : Le titane en chimie organique

Le sol lunaire est riche en élément titane, à long terme il pourrait représenter une nouvelle source d'extraction pour ce métal utilisé dans les alliages en aéronautique, en biomécanique ainsi qu'en chimie.

Dans cet exercice, on analyse une synthèse organique qui nécessite du titane dans la synthèse d'un composé intermédiaire organométallique.

Le **document 7** présente la synthèse du grandisol (phéromone sexuelle mâle d'un charançon), par une méthode dérivée de celle de Trost et Keeley (d'après *The Journal of Organic Chemistry*, Vol.40, N°13, juin 1975).

Données :

- Electronegativités de quelques éléments chimiques :

$$\chi_{Ti} = 1,54 \quad ; \quad \chi_C = 2,55 \quad ; \quad \chi_O = 3,44$$

Les composés organométalliques du titane contiennent une liaison carbone titane (C–Ti). Le carbone voisin du titane se comporte alors comme un équivalent carbanionique avec une charge partielle négative.

34. Justifier la polarité du carbone voisin du titane dans la liaison C–Ti.
35. Identifier les sites nucléophiles et électrophiles dans la molécule **A** du **document 7**.
36. Sur le **document-réponse n°1**, entourer la ou les fonction(s) ester présente(s) dans les molécules.

Le mode opératoire indique que le solvant utilisé dans l'étape molécule **B** → molécule **C** doit être aprotique.

37. Donner la signification du terme « aprotique ».

38. Sur le document-réponse n°2, indiquer la catégorie (addition, élimination, substitution, acide-base) de la réaction correspondant à l'étape molécule **C** → molécule **D** pour le site entouré en trait plein et le site entouré en pointillés noirs. Justifier votre réponse.

Après la synthèse de la molécule de grandisol, plusieurs étapes s'avèrent nécessaires pour obtenir une espèce pure, dont une étape de purification.

39. Sur le document-réponse n°3, préciser le nom du montage utilisé puis légender le schéma.

Afin d'identifier la molécule de grandisol, le chimiste vérifie expérimentalement la valeur de l'indice de réfraction du composé organique : $n_D^{293} = 1,65$.

40. Donner une méthode de mesure de cet indice et justifier le rôle des informations « D » et « 293 ».

Partie E : Projet d'amélioration énergétique du module lunaire

Cette partie est une résolution de problème.

L'analyse des données ainsi que la démarche suivie sont évaluées et nécessitent d'être correctement présentées.

Toutes les prises d'initiative et toutes les tentatives de résolution, même partielles, sont valorisées.

Lors de la phase d'approche de Nova-C vers la Lune, l'altimètre LASER ne fonctionne pas. Le 22 février 2024, Nova-C touche le sol de la Lune sur une pente très inclinée (12°), l'un de ses six pieds se casse et Nova-C se couche sur la pente. Son principal panneau solaire n'étant presque pas éclairé, la recharge de la batterie est fortement ralentie. L'autonomie énergétique de l'engin est d'autant plus réduite que la nuit lunaire approche, elle va durer plusieurs jours terrestres.

À la suite de cette mission, un groupe de chercheurs propose d'étudier différentes pistes afin d'améliorer l'autonomie énergétique des modules lunaires pour les prochaines décennies.

L'une des pistes pour pallier cette perte d'autonomie énergétique consiste à relier le module lunaire aux panneaux solaires de la station. L'énergie électrique produite par les panneaux solaires serait utilisée pour produire du dihydrogène à l'aide d'un électrolyseur installé dans la station. Le dihydrogène serait stocké dans des réservoirs puis envoyé vers le module lunaire où il serait utilisé comme carburant d'une pile à combustible présente sur l'engin, en complément de ses batteries au lithium. Le dihydrogène serait obtenu par électrolyse de l'eau, issue d'une station d'extraction au pôle sud lunaire. Compte tenu du volume limité pour le stockage, les réservoirs de la station pourraient contenir au maximum 70 kg de dihydrogène.

41. A l'aide des informations données ci-après, estimer la valeur du taux de remplissage des réservoirs de dihydrogène à la tombée de la nuit lunaire.

Données :

- demi-équations mises en jeu lors de l'électrolyse de l'eau :

$$2 \text{H}_2\text{O} (\text{l}) = \text{O}_2 (\text{g}) + 4 \text{H}^+ (\text{aq}) + 4 \text{e}^-$$

$$\text{H}_2 (\text{g}) = 2 \text{H}^+ (\text{aq}) + 2 \text{e}^-$$
- charge électrique transportée par une mole d'électrons :
1 faraday : $1 \text{ F} = 96\,500 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$
- énergie électrique $E_{\text{électrique}}$ nécessaire pour une électrolyse correspondant à un transfert de charges électriques Q et effectuée sous une tension U :

$$E_{\text{électrique}} = Q \times U$$
où Q s'exprime en coulomb (C), $E_{\text{électrique}}$ en joule (J) et U en volt (V)
- masse molaire du dihydrogène : $M(\text{H}_2) = 2,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Hypothèses proposées :

- Au moment de l'alunissage, il reste 11 jours terrestres d'ensoleillement avant la nuit lunaire ; le réservoir à dihydrogène est vide.
- La station d'extraction de l'eau distribue à l'électrolyseur de l'eau supposée pure à l'état liquide.
- Le module lunaire est connecté aux panneaux solaires de la station.

Quelques caractéristiques techniques des dispositifs :

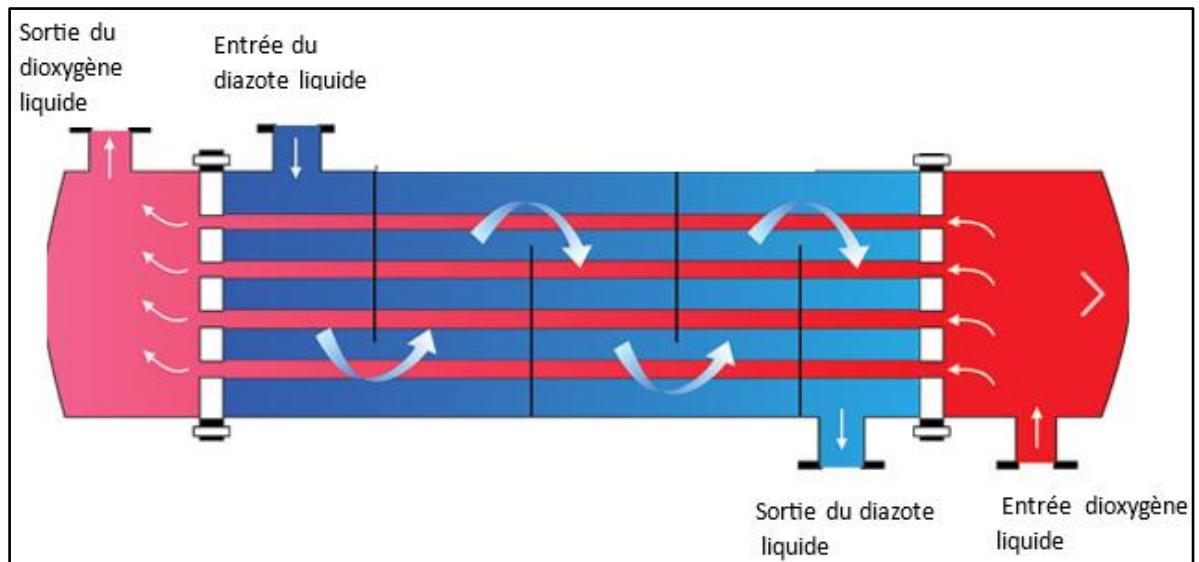
Dispositif	P_S : Puissance solaire ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)	η : rendement	S : surface (m^2)	U : tension (V)
Panneau solaire	300	$\eta_{PS} = 0,30$	250	
Électrolyseur		$\eta_E = 0,85$		5

- η_{PS} : rendement de conversion énergétique par les cellules photovoltaïques des panneaux solaires
- η_E : rendement de conversion de l'énergie électrique reçue par l'électrolyseur en énergie chimique
- P_S : puissance solaire moyenne reçue par unité de surface de panneau solaire
- S : surface totale des panneaux solaires de la station
- U : tension électrique aux bornes de l'électrolyseur

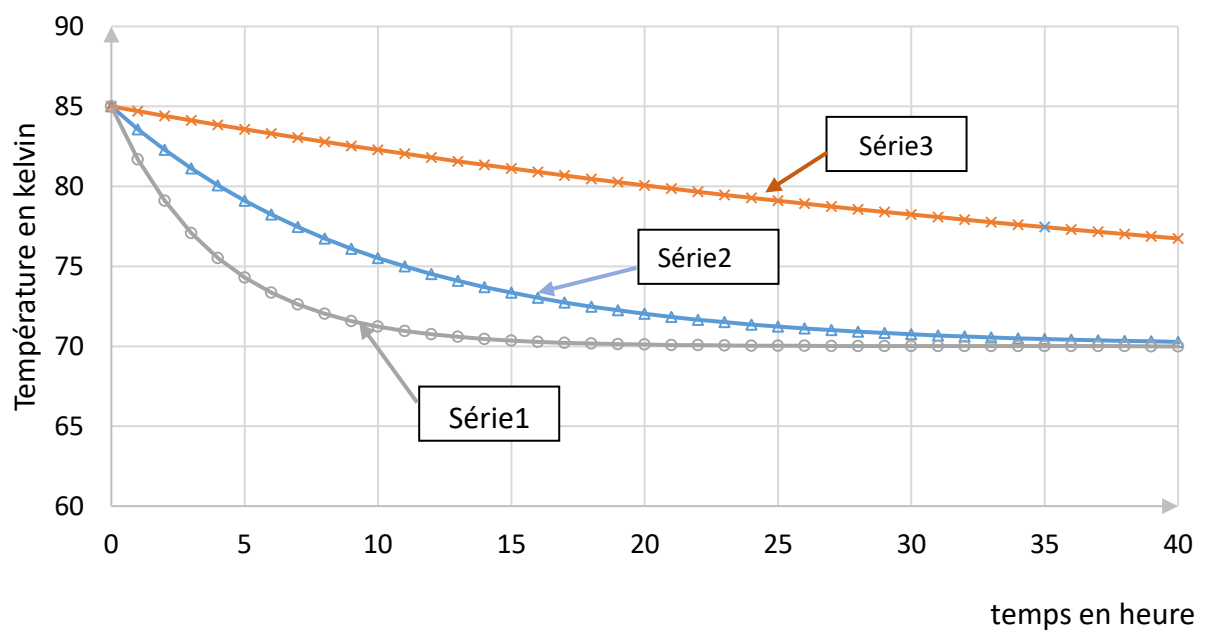
FIN DU SUJET

DOSSIER DOCUMENTAIRE

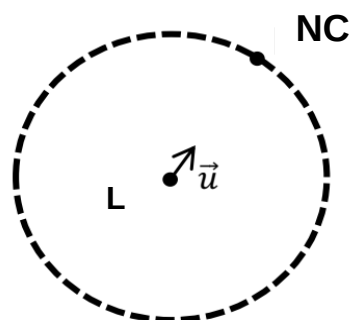
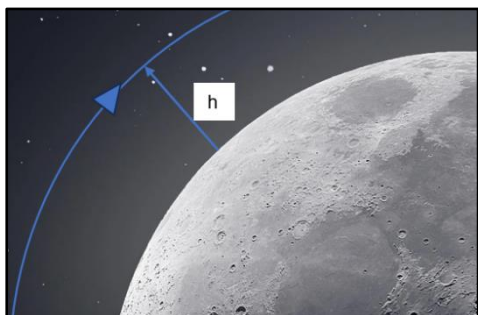
Document 1 : Schématisation simplifiée de la circulation du dioxygène liquide dans des tuyaux placés dans un bain de diazote liquide



Document 2 : Évolution de la température du dioxygène liquide en fonction du temps dans le système de refroidissement



Document 3 : Schéma de la trajectoire de Nova-C (NC) autour de la Lune sans souci d'échelle. L'altitude de l'engin spatial est notée h .



Document 4 : Couples de données numériques période T et distance r pour différents engins spatiaux autour de la Lune

T (min)	113	118	133	134	158	165
r (km)	1788	1838	1992	2000	2235	2299

Document 5 : Script Python

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.stats import linregress
4
5 # Données des engins lunaires (période orbitale en minutes et rayon en km)
6 engins = {
7     'engin1': {'T': 99.8, 'r': 1646},
8     'engin2': {'T': 113, 'r': 1788},
9     'engin3': {'T': 118, 'r': 1838},
10    'engin4': {'T': 133, 'r': 1992},
11    'engin5': {'T': 134, 'r': 2000},
12    'engin6': {'T': 158, 'r': 2235}
13 }
14
15 # Extraire les valeurs de T et r
16 T = np.array([donnees['T'] for donnees in engins.values()])
17 r = np.array([donnees['r'] for donnees in engins.values()])
18
19 # Calculer T^2 et r^3
20
21
22
23 # Régression linéaire de T^2 en fonction de r^3
24 slope, intercept, r_value, p_value, std_err = linregress(r3, T2)
25
26 # Afficher les résultats de la régression
27 print(f"Coefficient de régression (slope): {slope}")
28 print(f"Ordonnée à l'origine (intercept): {intercept}")
29 print(f"Coefficient de corrélation (r_value): {r_value}")
30 print(f"P-value: {p_value}")
31 print(f"Erreur standard (std_err): {std_err}")
32
33 # Tracer les données et la ligne de régression
34 plt.scatter(r3, T2, label='Données')
35 plt.plot(r3, slope * r3 + intercept, color='red', label='Régression linéaire')
36 plt.xlabel('$r^3$ (km^3)')
37 plt.ylabel('$T^2$ (minutes^2)')
38 plt.title('Régression linéaire de $T^2$ en fonction de $r^3$')
39 plt.legend()
40 plt.grid(True)
41 plt.show()
```

Document 6 : Étiquette du flacon d'acide sulfurique utilisé

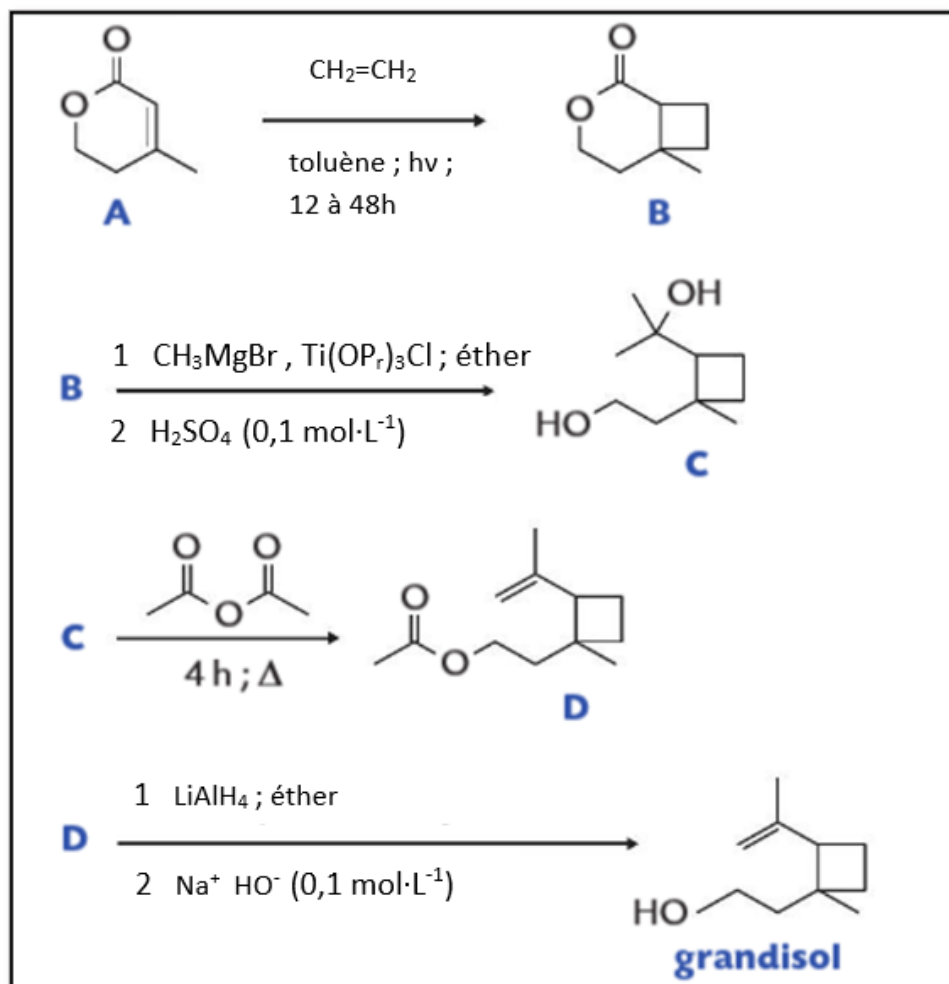
ACIDE SULFURIQUE 95 % technique
SCHWEFELSÄURE 95 % technisch
 H_2SO_4 – 98,08 g/mol, CAS-Nr.: 7664-93-9
Contenu: 1 litre Réf. Produit: 130-0001
d = 1.84

⚠ DANGER
Sulfuric Acid

95 % est le pourcentage massique d'acide sulfurique dans la solution commerciale : dans 100 g de solution, il y a 95 g d'acide sulfurique H_2SO_4 pur.

Document 7 : Présentation simplifiée de la synthèse du grandisol (phéromone sexuelle mâle d'un charançon) par une méthode dérivée de celle de Trost et Keeley

(d'après *The Journal of Organic Chemistry*, Vol.40, N°13, juin 1975)



Nom de famille :

(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)



Prénom (s) :

Centre
d'épreuves :

Né(e) le :

Concours/Examen : Épreuve : N° sujet :

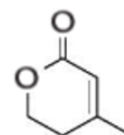
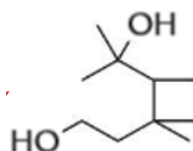
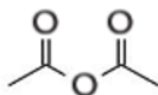
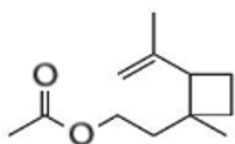
Section-option/Spécialité/BAP/Domaine :

CONSIGNES

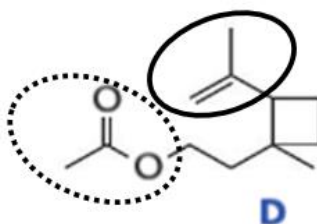
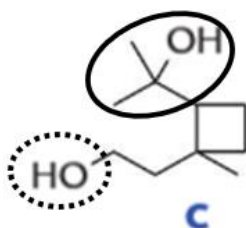
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Indiquer le n° du sujet quand l'épreuve comporte plusieurs sujets au choix.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroté chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre noire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Document-réponse n°1 (question n°36)



Document-réponse n°2 (question n° 38)



NOM de la catégorie de la réaction associée au site entouré en trait noir plein :

.....

Justification :

.....

NOM de la catégorie de la réaction associée au site entouré en traits noir pointillés :

.....

Justification :

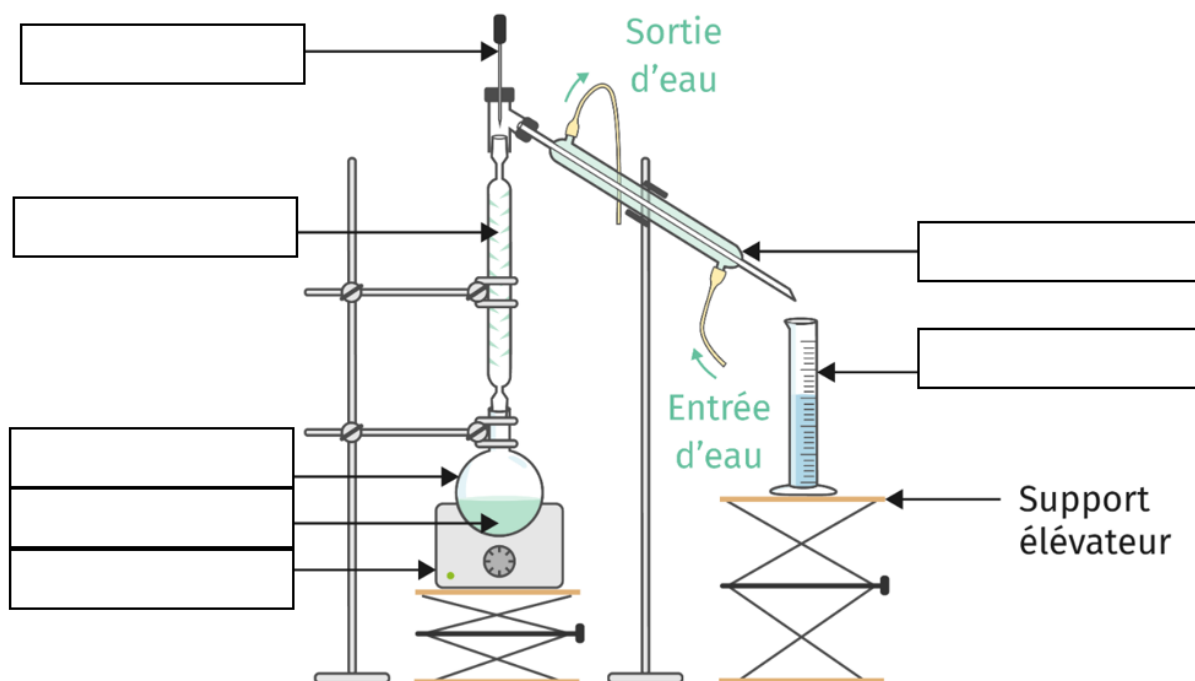
.....

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Document-réponse n°3 (question n°39)

NOM du montage :



ERRATUM :

Partie 1 – Mathématiques, Partie B : Les cratères lunaires (page 8)

A la place de

```
from math import *  
  
def g(x):  
    return (200*log(x+300)-240)*sqrt(1+(200/(x+300))**2)
```

#

Il faut lire :

```
from math import *  
  
def g(x):  
    return (200*log(x+300)-240)*sqrt(1+(200/(x+300))**2)
```

#

Pour tenir compte de l'indentation (décalage dans l'écriture) à la 3^e ligne dans la définition de la fonction g.

Partie 2 - Physique – Chimie, Partie C : Recyclage des métaux (page 16)

A la place de :

- masse molaire atomique du titane : $M(\text{Ti}) = 47,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- numéro atomique des éléments hydrogène H, oxygène O et soufre S :

$$\begin{aligned} Z(\text{H}) &= 1 \\ Z(\text{O}) &= 8 \\ Z(\text{S}) &= 32 \end{aligned}$$

#

Il faut lire :

- données relatives aux éléments hydrogène H, oxygène O, soufre S et titane Ti :

Elément	Symbole	Numéro atomique	Masse molaire atomique ($\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
Hydrogène	H	1	1,0
Oxygène	O	8	16,0
Soufre	S	16	32,1
Titane	Ti	22	47,9

Les modifications apportées sont en rouge

#